EXERCICE N°1 — 6 points — 35 ' — CONTRÔLE 2016

Soit dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation (E) : $z^2-\left(1+i\left(2+\sqrt{3}\right)\right)z-2\left(\sqrt{3}-i\right)=0$

1°) a) Vérifier que $2i$ est une solution de (E) .

b) Déterminer l'autre solution de (E) .

2°) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ .On note A, B et I les points du plan d'affixes respectives $z_A=1+i\sqrt{3}$, $z_B=2i$ et $z_I=\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}+2}{2}$.

a) Mettre les nombres complexes z_A et z_B sous forme exponentielle.

b) Vérifier que A et B sont deux points du cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 2.

c) Vérifier que I est le milieu du segment $[AB]$.

d) Construire le cercle $\mathscr{C}$ ainsi que les points $A, B et I$.

3°) a) Justifier que la demi-droite $[OI)$ est la bissectrice de l'angle $A\hat{O}B$.

b) Vérifier que $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)=\dfrac{\pi}{6}+2k\pi$,$k\in\mathbb{Z}$

c) Montrer que $\left(\vec{u},\overrightarrow{OI}\right)=\dfrac{5\pi}{12}+2k\pi$,$k\in\mathbb{Z}$

d) En déduire que $z_I=\sqrt{2+\sqrt{3}}\,e^{i\frac{5\pi}{12}}$.

4°) Donner alors les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$.

EXERCICE N°2 — 5 points — 35 ' — PRINCIPALE 2017

Le plan complexe est rapporté au repère au repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

1°) a) Vérifier que : $-7-4i\sqrt{2}=\left(1-2i\sqrt{2}\right)^2$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2+z+2+i\sqrt{2}=0$.

2°) On considère les points A , B et C d'affixes respectives $z_A=-i\sqrt{2}$, $z_B=-1+i\sqrt{2}$ et $z_C=\overline{z_A}$.

Montrer que C est un point du cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com